ЛИТЕРАТУРА

1. Гомонов С. А. *Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения.* – М.: Дрофа, 2006. – 254 с.

М. Г. Хасанов

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
maratkhasanov86@gmail.com

ЧИСЛЕННОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СЕТОЧНЫХ СХЕМ ДЛЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА СОСТОЯНИЕ

Рассматриваются сеточные аппроксимации задач управления в правой части линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и/или граничного условия при наблюдении не во всей области, при этом в общем случае присутствуют ограничения как на управление, так и на состояние. Примером является задача минимизации функционала $\int_0^1 u^2(x)dx + \int_0^1 y^2(x)dx$ при следующих ограничениях:

$$-\Delta y = f + u, \quad x \in (0,1);$$
$$y(1) = y(0) = 0; \quad y \geqslant 0, x \in (0,1), |u| \leqslant 1, x \in (0,1).$$

После аппроксимации данной задачи с помощью конечных разностей можно прийти к схеме, которую в общем случае можно записать в виде

$$J(y,p) = \frac{1}{2}(My,y) + \phi(y) + \frac{1}{2}(p,p) + \theta(p), \tag{1}$$

при ограничении $Ly = p + f$, являющемся сеточной аппроксимацией краевой задачи. Здесь L – положительно определенная матрица, M - диагональная вырожденная матрица, ϕ, θ – выпуклые, собственные и полунепрерывные снизу функционалы.

Данная задача эквивалентна решению следующего включения:

$$\begin{pmatrix} M & 0 & L^t \\ 0 & E & -E \\ L & -E & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ p \\ \lambda \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \partial\phi(y) \\ \partial\theta(p) \\ 0 \end{pmatrix} \ni \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Для решения этой задачи применялись:

- "классический" градиентный метод с регуляризацией (сглаживанием) функции ϕ;
- метод расщепления;
- метод Узавы с предобусловливанем.

Для контроля вычислений использовались как норма невязки, так и норма погрешности, для вычисления которых необходимо знание точного решения. Оно было найдено двуступенчатым методом с предобусловливателем L и методом SOR.

Были численно протестированы все перечисленные итерационные методы решения задачи (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лапин А. В. *Итерационные методы решения сеточных вариационных неравенств.* – Казань.: Изд-во Казан. ун-та, 2008. – 132 с.

Ф. А. Хотова

Смоленский государственный университет,

fatima121185@mail.ru